

MAT A3 – Pót ZH. – 2007. december 07.

1. Számítsa ki az $f(z) = z|z|^2$ függvény integrálját a 0 és a $-i$ pontokat összekötő szakaszok mentén!

2. Számítsa ki az alábbi integrál értékét, ahol $\mathcal{G}$ az origó középpű 3 sugarú kör:

$$\int_{\mathcal{G}} \frac{e^{iz}}{z^2 + 4} dz.$$

3. Írja fel az alábbi komplex függvények Laurent-sorát, és annak alapján mondja meg, hogy melyiknek milyen szingularitása van a $z = 0$ helyen: (a) $\frac{\operatorname{sh} z - z}{z^6}$, (b) $\frac{e^{iz} - e^{-iz}}{2iz}$?

4. Oldja meg az alábbi kezdeti érték problémát!

$$(1 + x^2)y' + xy = 3x, \quad y(0) = 2$$

5. Oldja meg az alábbi kezdeti érték problémát!

$$y'' - 4y' + 4y = 6xe^x$$

6. Keressen multiplikátort az alábbi differenciálegyenlethez, majd adja meg az általános megoldást:

$$\frac{y \sin x - 1}{\cos x} + y' = 0$$

Név: _____ Gyakvez.: _____

7. Írja fel, hogy az alábbi inhomogén differenciálegyenletek egyik partikuláris megoldását milyen alakban érdemes keresni:

a) $y'' + 3y' = x^2 + x$

b) $y'' - 6y' + 5y = e^x(x - 2)$

c) $y'' - 2y' + 5y = \sin 2x$

d) $y'' - 2y' + 5y = e^x \cos 2x$

8. Oldja meg az

$$y'' + 2y' + y = \frac{e^x}{x}$$

differenciálegyenletet a konstansok variálásának módszerével!