

Felsőbb Matematika 1. ZH 2011-12-14

1. Írjuk fel az

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 3 & -3 \\ 6 & 8 \end{bmatrix}$$

mátrix

- (a) QR-felbontását, valamint az
(b) oszlopterére való merőleges vetítés mátrixát! (5 pont)

2. Határozzuk meg az $\mathbf{A}$ mátrix szinguláris és redukált szinguláris felbontását, valamint szinguláris érték szerinti diadikus felbontását! (5 pont)

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & -2 & 2 \\ -2 & 3 & -2 \\ 4 & -2 & 0 \end{bmatrix}$$

3. Határozzuk meg az

$$\begin{aligned} x+y+z &= 6 \\ y+z+w &= 4 \end{aligned}$$

egyenletrendszer legkisebb normájú optimális megoldását két különböző módszerrel:

- (a) az együtthatómátrix pszeudoinverzével számolva,
(b) két megfelelő egyenlet hozzávételével egy egyértelműen megoldható egyenletrendszer felírásával! (6 pont)

4. Egy $\mathbf{A}$ mátrix karakterisztikus polinomja

$$(\lambda - 1)^6(\lambda - 2)^5(\lambda - 3),$$

az $\mathbf{A} - \mathbf{I}$ mátrix hatványainak rangja rendre 10, 8, 6, az $\mathbf{A} - 2\mathbf{I}$ hatványainak rangja 10, 8, 7. Írjuk fel a Jordan-féle normálalakját! (4 pont)

5. Legyenek az $m \times n$ -es $\mathbf{A}$ mátrix pozitív szinguláris értékei $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_r$. Határozzuk meg az $(m+n) \times (m+n)$ -es $\mathbf{X}$ mátrix sajátértékeit, ha

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} \mathbf{O}_m & \mathbf{A} \\ \mathbf{A}^\top & \mathbf{O}_n \end{bmatrix},$$

ahol a blokkmátrix főátlójában négyzetes zérusmátrixok állnak. (5* pont)