

# Harmonikus Analízis Záróvizsga-tematika

(SZŰCS ZSOLT, 2026)

- (1) Algebrai struktúrák: félcsoport, csoport, gyűrű, test, vektortér, algebra, \*-algebra. Példák.
- (2) Mértékterek, normált terek, normált algebrák. Vektortér algebrai duálisa, normált tér topologikus duálisa. Alaptételek (Hahn-Banach, Banach-Steinhaus).
- (3) Banach és Banach \*-algebrák, pre- $C^*$ -algebrák, példák (diszkalgebra). Csoportalgebrák (diszkrét eset). Értelmezés, példák komplex felett, involúció, alaptulajdonságok. Konkrét példa izomorf csoportalgebrákkal rendelkező nem izomorf csoportokra. Az 1-es norma értelmezése csoportalgebrákon.
- (4) Lokálisan véges csoportok: Burnside-probléma. Algebrák: Kurosh-probléma. Korlátos fokszámú algebrák esete. Algebrai \*-algebrák, pre- $C^*$ -algebrák, Baer \*-algebrák. Hall-Kulatilaka-Kargopolov-tétel.
- (5) Topologikus terek: alapfogalmak, szétválasztási és megszámlálhatósági tulajdonságok, összefüggőség.
- (6) Kompakt és lokálisan kompakt terek tulajdonságai, Tyihonov-tétel. Uriszon-tétel, metrikus terek, metrizálhatóság.
- (7) Topologikus csoport alaptulajdonságai, összefüggőség, metrizálhatóság (kompakt csoportok), lokálisan kompakt csoportok. Kommutatív lokálisan kompakt csoportok szerkezete.
- (8) Banach-Alaoglu-tétel, algebra karaktertere, kommutatív  $C^*$ -algebrák struktúrája.
- (9) Haar-mérték lokálisan kompakt csoport felett: tulajdonságok, példák. Az  $L^1$  mérték-algebra értelmezése. Wendel tétele lokálisan kompakt csoportok és mérték-algebráik izomorfijáról.
- (10) Lokálisan kompakt Abel-csoport duális csoportja, Fourier-transzformáció lokálisan kompakt Abel-csoportokon.